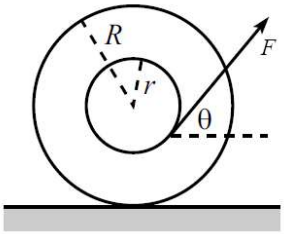
7 momenty (siły, pędu, bezwładności)

7.1 moment pędu$^{(1)}$

Moment pędu definiuje się jako $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v}$. Ciało o masie $m = 2$ kg porusza się ze stałą prędkością $\vec{v} = (3, 3, 0)$ m/s . W chwili t_0 ciało to jest w punkcie $\vec{r}_0 = (2, 3, 0)$ m. Znajdź kierunek i wartość momentu pędu $\vec{L}$ w funkcji czasu.

7.2 drabina$^{(a=3,b=3)}$

Drabina o długości A i masie m opiera się o ścianę tworząc z betonową posadzką kąt γ. Współczynnik tarcia drabiny o posadzkę wynosi $\mu = 0.5$, tarcie drabiny o ścianę można zaniedbać (na zdjęciu są tam kółka).
a) Jaki musi być kąt γ aby drabina stała stabilnie?
b) Na drabinę wchodzi człowiek o masie M. Czy drabina się wywróci?



7.3 szpulka$^{(2)}$

Pod jakim kątem powinna być ciągnięta nitka na rysunku, żeby szpulka nie toczyła się? Jak będzie kierunek toczenia w zależności od kąta? Przyjmij, że siła jest wystarczająco mała, żeby nie było poślizgu.

7.4 środek masy$^{(1)}$

W kolejnych wierzchołkach kwadratu o boku a, w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara umieszczone są cztery punktowe masy o wartościach kolejno: m, $2m$, $3m$ i $2m$. Znajdź położenie środka masy tego układu.

7.5 zadanie dla astronomów$^{(1)}$

Znajdź położenie środka masy układu Ziemia-Księżyc, biorąc odpowiednie dane z tablic.

7.6 środek masy półokręgu$^{(a=3,b=2)}$

a) Wylicz gdzie jest środek masy połowy okręgu wygiętego z jednorodnego drutu. b) Gdzie jest środek masy połowy koła?

7.7 moment bezwładności$^{(a=1,b=2,c=2,d=2,e=1)}$

Oblicz momenty bezwładności

a) obręczy względem jej osi, a następnie obręczy wg jej średnicy, korzystając z tw. o dodawaniu momentów bezwładności dla płaskich brył.

b) pręta względem osi prostopadłej do niego przechodzącej przez jego koniec, z definicji momentu bezwładności całkując po długości pręta.

c) kwadratowej ramki z drutu wg wybranej osi, korzystając z poprzedniego punktu i tw. Steinera.

d) sfery (jak najprościej), oraz kuli – całkując po promieniu.

e) koła (lub walca) względem jego osi.

7.8 zachowanie momentu pędu i inne zasady zachowania$^{(a=2,b=4,c=3)}$

a) Na stole leży pręt o masie M i długości A, zamocowany w środku tak, że może kręcić się wokół osi prostopadłej do stołu. Mała kulka o masie m porusza się z prędkością v_i prostopadle do pręta, wbija się całkowicie niesprężyście w jego koniec. Jaka jest prędkość kątowa ω_f całego układu po zderzeniu?

b) Na stole leży pręt o masie M i długości A, zamocowany w środku tak, że może kręcić się wokół osi prostopadłej do stołu. Mała kulka o masie m porusza się z prędkością v_i prostopadle do pręta i odbija całkowicie sprężyście od jego końca. Jakie są prędkości obu mas po zderzeniu? Czy możliwe jest, żeby predkość kulki po zderzeniu $v_f = 0$?

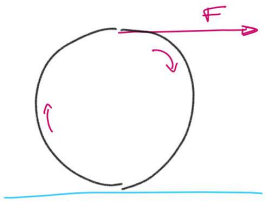
c) Na stole leży pręt o masie M i długości A, nie zamocowany do niczego. Kulka o masie m porusza się z prędkością v_i prostopadle do pręta, wbija się całkowicie niesprężyście w jego koniec. Jak porusza się powstały układ, przy zaniedbaniu oporów ruchu? Zapisz równania praw zachowania w ogólnym przypadku, a rozwiązanie znajdź dla szczególnego przypadku $M = m$.

7.9 toczenie okręgu$^{(3)}$

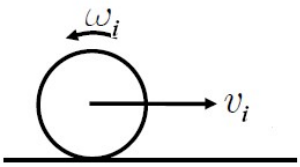
Okrąg o promieniu R toczy się bez poślizgu po poziomej powierzchni. Środek okręgu przesuwa się z prędkością v_{cm} względem powierzchni. Zapisz prędkość chwilową dowolnego punktu na okręgu. Uzasadnij, że można ten ruch opisać jako obrót całego okręgu wokół punktu styku z podłożem. Policz energie kinetyczną na dwa sposoby: dodając ruch postępowy i obrotowy, oraz mając tylko ruch obrotowy wokół punktu styku z podłożem.

7.10 walec z nitką$^{(4)}$

Na walec o masie m i promieniu r nawinięta jest nitka. Walec leży na stole tak że może się toczyć i ciągniemy nitkę równolegle do stołu, prostopadle do osi walca, siłą F. Jakie jest przyspieszenie walca, jeżeli nic się nie ślizga?

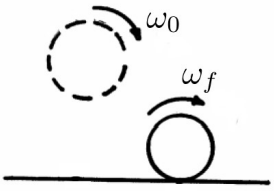


7.11 gimnastyka artystyczna - obręcz$^{(3)}$



Obręcz jest rzucona przez gimnastyczkę tak, że ma początkowo liniową prędkość środka masy v_i, ale obraca się z prędkością ω_i w przeciwną stronę ślizgając się przez chwilę po podłodze, a potem tocząc się. Jak duże musi być ω_i, żeby obręcz wróciła?

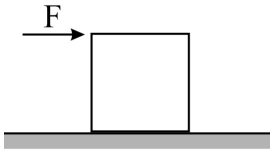
7.12 podobne jak poprzednie$^{(3)}$



Kulka kręci się z prędkością kątową ω_0 wzdłuż poziomej osi i spada na niesprężyste podłoże. Jaka będzie jej końcowa prędkość toczenia się ω_f?

7.13 przewracanie klocka$^{(3)}$

Na górny róg kwadratowego klocka o masie m działamy siłą F, jak na rysunku poniżej. Powierzchnia na której leży klocek jest gładka i nie ma tarcia, więc pod wpływem siły F klocek zaczyna się poruszać. Działa również przyspieszenie ziemskie g. Czy klocek może zacząć się wywracać?



7.14 opona na stoku$^{(3)}$

Opona została umieszczona na równi pochyłej i puszczona. Czy opona szybciej znajdzie się na dole w przypadku gdy jej tarcie o równię będzie równe zero, czy gdy tarcie będzie wystarczająco duże, żeby nie było poślizgu? Ile razy szybciej? Można przybliżyć moment bezwładności opony przez $I = MR^2$.

7.15 siła Coriolisa$^{(a=2,b=4)}$

a) Siła Coriolisa jest (pozorną) siłą bezwładności działającą na obiekty będące w ruchu układzie który się obracaja względem układu inercjalnego. Szczegóły: `https://en.wikipedia.org/wiki/Coriolis_force`. Siła Coriolisa jest równa

$$-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

gdzie $\vec{\omega}$ jest prędkością obrotową układu, a $\vec{v}$ jest prędkością obiektu w tym układzie.

Jaki jest na Ziemi na równiku kierunek (i zwrot) siły Coriolisa działającej na obiekty poruszające się poziomo (jak samolot). Jak zależy to od kierunku lotu (N/S/E/W)? Jaka jest ta siła na biegunie północnym Ziemi?

b) Na równiku Ziemi z wieży o wysokości $h = 50$ m upuszczono kamień. Jak daleko od wieży spadnie ten kamień? W którą stronę?

7.16 jojo **$^{(10)}$

(tego nie będziemy robili na ćwiczeniach, premiuję maksymalnie 3 najlepsze rozwiązania dostarczone na kartce na początku ćwiczeń). Drewniane jojo (za 4,90 zł na allegro) ma średnicę R, masę M. Nitka ma długość L i po nawinięciu wypełnia całą szpulkę, aż do średnicy R. Ośka szpulki w środku ma znikomy promień. Po nawinięciu nitki jojo zostało puszczone. Przyspieszenie ziemskie wynosi g. Po jakim czasie cała nitka się rozwinie?

Założenia dodatkowe: nitka jest lekka, więc praktycznie całą masę stanowią drewniane boki. Moment bezwładności jest stały i wynosi $MR^2/2$. Startuje się z pozycji w której trzymany koniec nitki jest na wysokości ośki (z boku joja). Ruch w poziomie można zaniedbać. Wszystkie opory ruchu należy zaniedbać. Nitka rozwija się jakby to była starannie nawinięta tasiemka. Jeżeli otrzyma się trudną do obliczenia całkę to najłatwiej zapisać ją tak, żeby całkowanie było po bezwymiarowych zmiennych i policzyć to w sposób przybliżony numerycznie, np. w programie Mathematica.

8 Drgania i rezonans

8.1 dwa wahadła(3)

Wahadło A ma postać pręta zawieszonego za jeden koniec. Pręt ma masę m i długość L_A. Wahadło B to mała kulka o masie m zawieszona na nitce o długości L_B. Jaka musi być długość nitki, żeby oba wahadła miały taki sam okres małych drgań?

8.2 drgania własne(4)

Dwie kulki o masach m oraz $2m$ połączone są sprężyną o stałej k i poruszają się wzdłuż jednej prostej. Jaki jest okres drgań długości sprężyny?

8.3 drgania cząsteczki dwuatomowej(6)

Energia potencjalna E pewnej cząsteczki dwuatomowej w funkcji odległości x między atomami jest równa

$$E(x) = \alpha/x^2 - \beta/x,$$

gdzie α oraz β są dodatnimi stałymi. Narysuj wykres tej funkcji. Znajdź dla jakiej odległości $x = x_0$ jest stan równowagi, czyli energia potencjalna jest minimalna. Jaka jest częstość drgań własnych takiej cząsteczki wokół położenia równowagi, jeżeli każdy atom ma masę $m/2$?

Wskazówka: Energię $E(x)$ można w okolicy położenia równowagi x_0 przybliżyć przez

$$E(x) \simeq E_{min} + k(x - x_0)^2/2, \quad \text{gdzie} \quad k = \left.\frac{d^2E}{dx^2}\right|_{x=x_0}$$

Wynika to z rozwinięcia funkcji $E(x)$ na szereg Taylora wokół minimum.

8.4 drgania tłumione(7)

Tłumione drgania harmoniczne opisane są równaniem

$$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x},$$

gdzie $x(t)$ jest położeniem w funkcji czasu, a m, k oraz γ są stałymi. Jest to równanie różniczkowe, liniowe, drugiego rzędu.

a) Sprawdź czy (i kiedy) równanie takie ma rozwiązanie postaci

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)e^{-\beta t},$$

Wylicz ω oraz β.

b) Wielkości A oraz ϕ można wyznaczyć z warunków początkowych dla danego układu. Wylicz A oraz ϕ dla warunków początkowych $x(t = 0) = A_1$, $\dot{x}(t = 0) = 0$.

8.5 drgania wymuszone i rezonans$^{(a=6,b=1)}$

Oscylator harmoniczny o częstości własnej ω_0 jest pobudzany sinusoidalną siłą $F(t)$ o częstości ω. Mechanicznym przykładem takiego układu może być masa na sprężynie popychana siłą która zmienia się sinusoidalnie lub cząsteczka wody w polu elektrycznym w kuchence mikrofalowej lub kieliszek rozbijany głosem. Równanie ruchu ma wtedy postać typu

$$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x} + F_0\cos(\omega t),$$

gdzie $x(t)$ jest wychyleniem z położenia równowagi, k współczynnikiem sprężystości określającym siłę przywracająca układ do położenia równowagi, γ jest związane z tłumieniem drgań, F_0 oraz ω opisują zewnętrzne pobudzenie oscylatora.

a) Sprawdź, czy (i kiedy) funkcja postaci

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi),$$

jest rozwiązaniem równania ruchu. Jaka jest amplituda drgań A?

Wskazówki: Podstaw postulowaną postać $x(t)$ do równania ruchu, wylicz pochodne po czasie, skorzystaj z tożsamości trygonometrycznych typu

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

żeby pogrupować osobno składniki zawierające $\cos\omega t$ i $\sin\omega t$. Ponieważ równanie ma być spełnione dla dowolnego czasu t to czynniki przed cos i sin muszą osobno spełniać to samo otrzymane równanie. Na przykład jeżeli dla dowolnego t

$$a\cos\omega t + b\sin\omega t = 0 \qquad \text{to musi być} \qquad a = 0, \quad b = 0.$$

W ten sposób otrzymaj układ dwu równań z niewiadomymi ϕ oraz A i wylicz A.

b) Przy pomocy dowolnego programu (np. Mathematica, Origin, SciDAVis, gnuplot, wolframalpha.com, google.com) narysuj zależność amplitudy A jako funkcję zmiennej ω/ω_0 dla kilku różnych wartości tłumienia: $\gamma/m\omega_0 = 0.1$, 0.3, 0.8 i ustalonego $F_0/k = 1$.

Programy Origin i Mathematica są legalnie dostępne dla studentów WFAIS. dwa kolejne są darmowe, dwa ostatnie są dostępne przez www i wystarczają do tego zadania.

9 O obrotach ciał niebieskich

9.1 krzywe stożkowe – orbity satelit w polu grawitacyjnym(2)

W układzie biegunowym ze współrzędnymi ρ i θ krzywe opisane równaniem

$$\rho(\theta) = \frac{p}{1 \pm \epsilon \cos\theta}$$

nazywane są krzywymi stożkowymi. W zależności od mimośrodu ϵ może to być koło, elipsa, parabola lub hiperbola. Naszkicuj kształt takich orbit dla $\epsilon = 0$, $\epsilon = 0.5$, $\epsilon = 1.0$, $\epsilon = 2.0$, dla stałego p.

9.2 masa zredukowana(2)

Księżyc o masie m_1 krąży wokół planety o masie m_2. Uzasadnij, że ruch takiego księżyca można opisać tak jak ruch masy zredukowanej $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ wokół nieruchomej planety.

Jaka jest masa zredukowana dla układu elektron-proton? Elektron ma masę 510.999 keV/c^2, a proton 938.27 MeV/c^2.

9.3 prawa Keplera, a podróż na Marsa(3)

Korzystając z praw Keplera znajdź czas lotu z Ziemi na Marsa rakiety poruszającej się bez napędu po orbicie eliptycznej, z ogniskiem w środku Słońca, peryhelium na Ziemi i aphelium na Marsie. Przyjmij, że orbity obu planet są kołowe, a średnia odległość Marsa od Słońca wynosi $1.52R_Z$, gdzie R_Z jest odległością Ziemi od Słońca. Wystarczy znaleźć czas lotu z orbity Ziemi na orbitę Marsa, nie przejmując się tym, czy Mars będzie we właściwym miejscu o właściwym czasie.

Dodatkowe informacje dla zainteresowanych: `https://pl.wikipedia.org/wiki/Manewr_transferowy_Hohmanna`

9.4 satelita w polu grawitacyjnym(5)

W polu grawitacyjnym Ziemi krąży satelita o masie m po orbicie eliptycznej o wielkiej półosi równej a i mimośrodzie ϵ. Zapisz równania opisujące zachowanie energii oraz zachowanie momentu pędu dla tego satelity w apogeum i perygeum. Korzystając z tego oblicz całkowitą energię satelity (kinetyczną plus potencjalną).

9.5 ISS(2)

International Space Station lata po prawie kołowej orbicie, na wysokości około $h = 400$ km nad powierzchnią Ziemi. Resztki atmosfery na tej wysokości i inne efekty powodują powstanie siły tarcia podczas ruchu satelity. Jak wpływa to na orbitę ISS: na energię, promień orbity i na prędkość? Co rośnie, a co maleje? Rejestrowane zmiany wysokości h są dostępne: `http://www.heavens-above.com/IssHeight.aspx`

9.6 ciśnienie w środku Ziemi(4)

Jakie jest ciśnienie w środku Ziemi? W rachunkach załóż, że gęstość naszej planety jest jednorodna.

10 Szczególna teoria względności

10.1 przekształcenie Lorentza(3)

Transformacja współrzędnych (x – położenie, t – czas) do układu współrzędnych (x', t') poruszającego się z prędkością u dana jest równaniami

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad (1)$$
$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Znajdź przekształcenie odwrotne, to znaczy wylicz (x, t) jako funkcje (x', t').

To samo przekształcenie można zapisać jako

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \mathbf{L} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

gdzie $\beta = u/c$ oraz $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Jaka jest macierz odwrotna do macierzy $\mathbf{L}$?

10.2 interwał czasoprzestrzenny(2)

Pokaż, że interwał czasoprzestrzenny s dany równaniem

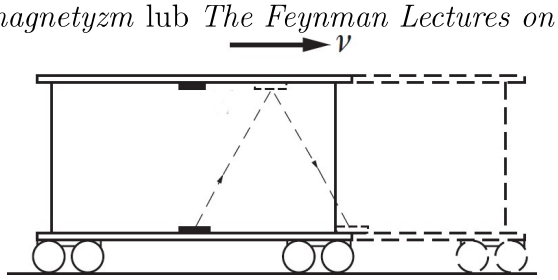
$$s^2 = -c^2t^2 + x^2$$

jest inwariantem (niezmiennikiem) w przekształceniu Lorentza danym równaniami (1), czyli że

$$s'^2 = -c^2t'^2 + x'^2 = \ldots \text{ to trzeba pokazać } \ldots = -c^2t^2 + x^2 = s^2.$$

10.3 dylatacja czasu(3)

Wagon o wysokości d porusza się po torach z dużą prędkością v. Na suficie i podłodze wagonu są dwa lustra, a między nimi odbija się impuls światła. Droga pokonana od dolnego lustra do górnego i z powrotem, w układzie odniesienia wagonu wynosi $2d$. Jaka jest ta droga w układzie odniesienia torów? Czas ruchu z dołu do góry i z powrotem, z prędkością c w układzie wagonu wynosi $\tau' = 2d/c$. Jaki jest ten czas τ w układzie torów, zakładając, że prędkość światła w tym układzie odniesienia również wynosi c? Porównując τ' i τ dostaje się postać współczynnika γ w transformacji Lorentza i wyprowadzenie zjawiska dylatacji czasu. Patrz E.Purcell, *Elektryczność i magnetyzm* lub *The Feynman Lectures on Physics, ch. 15.*



10.4 rozpad cząstek / dylatacja czasu / skrócenie Lorentza(3)

W reakcji jądrowej powstają mezony π o prędkości $v = 0.99499\,c$ i okresie połowicznego rozpadu $T_{1/2} = 1.8 \times 10^{-8}$ s. Oblicz jaka część mezonów doleci do detektora umieszczonego w odległości $d = 54$ m od miejsca powstawania mezonów.

Wskazówki: Na skutek rozpadów liczba cząstek N spada w funkcji czasu t jak

$$N = N_0\, 2^{-t/T_{1/2}}.$$

Czas t powinien być mierzony w układzie w którym cząstka spoczywa.

10.5 dodawanie prędkości(4)

W układzie związanym z laboratorium cząstki A i B poruszają się wzdłuż jednej prostej z prędkościami $v_A^{lab} = 0.8c$ oraz $v_B^{lab} = -0.9c$. Jaka jest względna prędkość cząstek, czyli np. prędkość cząstki B w układzie w którym cząstka A spoczywa? Wyprowadź poniższy wzór korzystając ze wzorów na transformację Lorentza położenia i czasu.

$$v_B^A = \frac{v_B^{lab} - v_A^{lab}}{1 - v_A^{lab} v_B^{lab}/c^2}$$

10.6 energia i pęd relatywistyczny(3)

Cząstka o masie m i prędkości u ma pęd oraz energię dane równaniami

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma\beta mc, \qquad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma mc^2.$$

Pokaż, że wielkość $E^2 - p^2c^2$ jest niezależna od u.
Jaka jest energia kinetyczna cząstki? Pokaż, że dla małych u/c energia kinetyczna sprowadza się do klasycznej postaci.

10.7 układ środka masy dla zderzeń relatywistycznych(4)

W laboratorium proton o prędkości $\sqrt{0.99}\,c$ zderza się z protonem, który początkowo jest nieruchomy. Zapisz energię całkowitą i pęd całkowity w układzie *lab* oraz w układzie środka masy (*center of mass*). Jaka jest energia protonu w układzie środka masy (jakie jest jego γ^{cm})?

10.8 energia i pęd fotonu, energia progowa produkcji mezonu(4)

Masa mezonu π^0 jest równa 135 MeV. Jaka jest minimalna energia fotonu uderzającego w stacjonarny proton p, która może prowadzić do produkcji π^0 w reakcji $f + p \to \pi^0 + p$. Załóż, że po reakcji proton i mezon poruszają się razem. Wskazówka: C. Kittel, *Mechanics*, p.385.

10.9 efekt Dopplera, przesunięcie ku czerwieni(5)

Gwiazda oddala się od Ziemi z prędkością $v = 0.3c$ (równoległą do kierunku Ziemia-gwiazda) i emituje światło o długości fali $\lambda = 589$ nm. Oblicz długość fali światła λ' obserwowaną na Ziemi.

10.10 znowu skrócenie Lorentza(2)

Cząstka o prędkości $3c/5$ przelatuje przez tunel o długości 100 m. Ile wynosi długość tunelu w układzie spoczynkowym cząstki?

10.11 STW: pęd i energia(2)

Ile wynosi pęd cząstki o masie spoczynkowej m, której energia całkowita jest 2 razy większa niż energia spoczynkowa?

10.12 STW: energia kinetyczna[(4)]

Ciało o masie m i energii kinetycznej T poruszające się z prędkością relatywistyczną zderza się za spoczywającym ciałem o masie m. W wyniku zderzenia powstaje jeden obiekt o masie $M = 4m$. Ile wynosi energia kinetyczna T?

11 Mechanika płynów i fale

11.1 prawo Archimedesa(1)

Kula pływa tak, że zanurzone jest 1/3 objętości. Jaka siła jest potrzebna, żeby cała się zanurzyła?

11.2 drgania cieczy(3)

W U-rurce o przekroju $S = 1$ cm^2 znajduje się słup wody o długości $L = 1$ m. Po wychyleniu z położenia równowagi ciecz zaczęła wykonywać drgania. Wykaż, że są to drgania harmoniczne i znajdź okres drgań.

11.3 basen(4)

Ogrodowy basen z folii jest okrągły, ma średnice $D = 5$ m i głębokość $h = 1$ m. Jaka musi być wytrzymałość folii na rozerwanie, wzdłuż obwodu?

11.4 ciecz w obracającym się naczyniu(4)

W naczyniu w kształcie walca o promieniu r jest ciecz. Naczynie kręci się wokół pionowej osi symetrii z częstością kołową ω. Jaki jest kształt powierzchni cieczy?

11.5 beczka(4)

Cylindryczna beczka o promieniu R stoi pionowo i napełniona jest wodą do wysokości H. W dnie beczki wywiercono mały otwór o promieniu r. Po jakim czasie woda wypłynie ze zbiornika? Załóż, że woda jest nielepka, przepływy bezwirowe, laminarne, czyli nie ma strat energii.

11.6 równanie falowe(4)

Sprawdź, że rozwiązaniem $u = u(x,t)$ równania falowego

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

jest kombinacja liniowa

$$u(x,t) = c_1 f_1(x - vt) + c_2 f_2(x + vt).$$

gdzie f_1 oraz f_2 oznaczają dowolne różniczkowalne funkcje. Jaki jest sens fizyczny obu składników?

1 Różne inne problemy/zadania z mechaniki

0.1 energia i pęd fotonu, efekt Comptona(6)

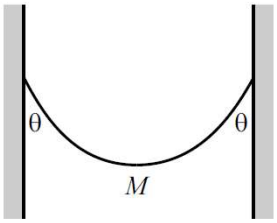
W nieruchomy elektron uderza foton o długości fali λ. Po zderzeniu foton wylatuje pod kątem θ w stosunku do pierwotnego kierunku. Jaka jest długość fali fotonu po rozproszeniu? To jest liczone w wielu podręcznikach. `https://pl.wikipedia.org/wiki/Zjawisko_Comptona`

0.2 lina wokół palika(3)

Wyprowadzenie siły tarcia w takim przypadku.

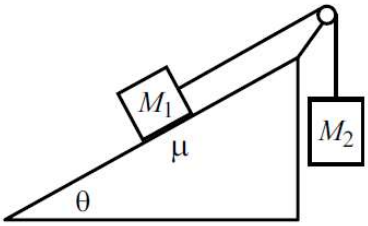
0.3 krzywa łańcuchowa(2)

Łańcuch o masie M wisi pomiędzy dwoma ścianami, mając końce na tym samym poziomie. Łańcuch tworzy kąt θ z każdą ścianą, jak pokazano na rysunku poniżej. Znajdź napięcie łańcucha w najniższym punkcie. Wyprowadzenie równania krzywej łańcuchowej nie nadaje się jako zadanie na ten kurs, ale powyższe zadanie tego nie wymaga.



0.4 klocek na równi(6)

Jak poruszają się masy na rysunku poniżej w zależności od parametrów: współczynnika tarcia μ, przyspieszenia ziemskiego g, wartości mas M_1 i M_2 oraz kąta θ? Rozważ wszystkie przypadki.



0.5 moment pędu(2)

Położenie masy m w funkcji czasu opisuje wektor $\vec{r} = (R\sin\phi, R\cos\phi, v_z t)$, gdzie $\phi = \omega t$.

a) Wylicz prędkość $\vec{v}$.

b) Wylicz moment pędu zdefiniowany $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$.

0.6 rozerwanie planety(2)

Jaki jest minimalny okres obrotu planety, która jest kulista i ma gęstość ρ?

0.7 zachowanie energii, bryła sztywna(2)

Pręt o masie m i długości L jest zamocowany jednym końcem na zawiasie na podłodze. Spada obracając się, od pozycji pionowej bez prędkości początkowej. Jaka jest prędkość liniowa wolnego końca pręta w momencie gdy pręt uderzy o podłogę?

0.8 moment pędu satelity – proste(1)

Uzasadnij, że moment pędu satelity po orbicie kołowej wynosi $m\sqrt{GMr}$

0.9 rzut ukośny – proste(2)

Ciało wyrzucono pod kątem 60deg do poziomu z prędkością v. Jaka jest jego energia potencjalna w najwyższym punkcie toru. $3mv^2/8$